

# FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

## FUNÇÕES SENOIDAIS

**Professor Marcelo Braga**

**FORMA**

$$y = a + b \operatorname{sen}(cx + d)$$

**Informação:**

**b ou c não aparecem, valem 1**

**a ou d não aparecem, valem 0**

**Para encontrar o período da função:  $p = \frac{2\pi}{|c|}$**

## Análise dos parâmetros de $y = a + b \operatorname{sen}(cx + d)$



- O parâmetro “a” é responsável pelo deslocamento vertical da curva (Achatamento ou alongamento).
- O parâmetro “b” é a amplitude da curva senóide (altura da curva), que é obtida fazendo a metade da distância entre um dos pontos de máximo e de mínimo no gráfico.
- O parâmetro “c” influencia no período da função, fazendo-o variar (ver acima).
- O parâmetro “d” provoca translação deslocamento no sentido horizontal.
- Imagem:  $\operatorname{Im} = [a - b ; a + b]$ .

$$y = \text{sen}(x)$$

RETORNEMOS AOS  
EXEMPLOS ANTERIORES

Deslocamento vertical ( a ):

$$a = 0$$

Amplitude ( b ):

$$b = 1$$

Deslocamento horizontal ( d ):

$$d = 0$$

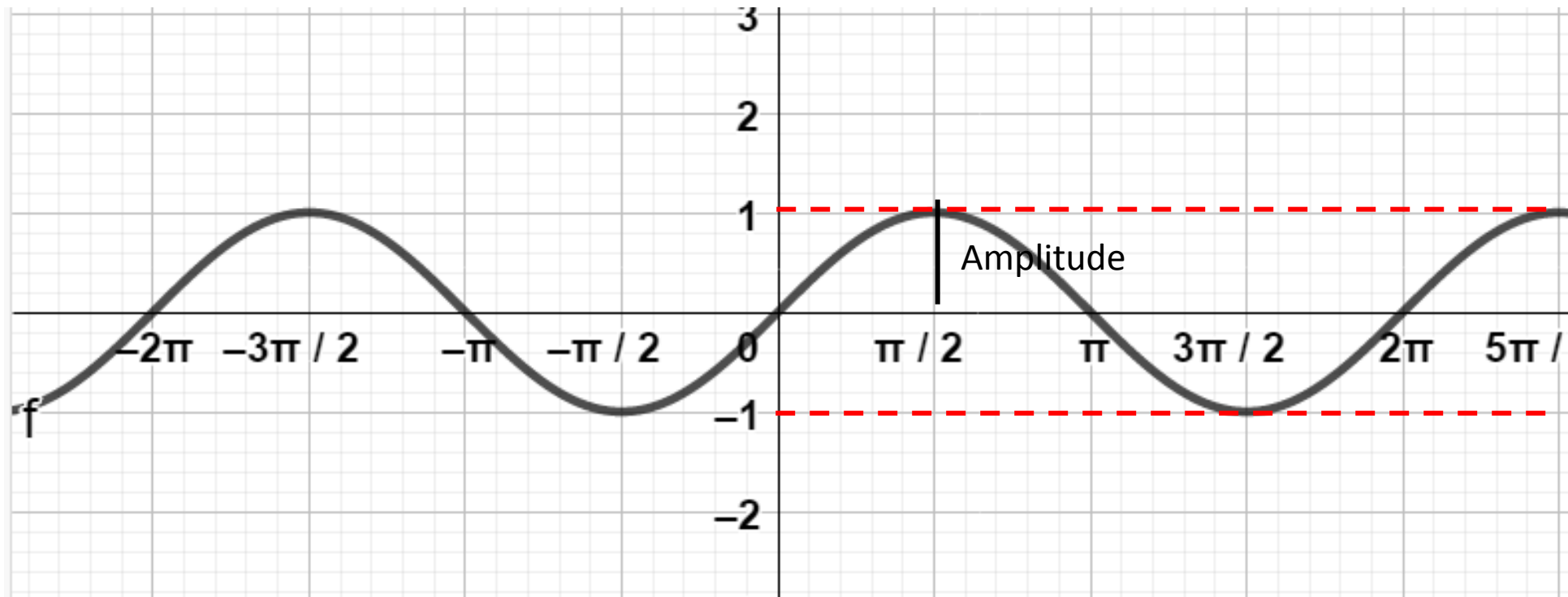
$$c = 1$$

Período ( p )  $p = \frac{2\pi}{|c|}$

$$p = 2\pi$$

Imagem (Im):  $[a - b, a + b] = [-1, 1]$

Domínio ( D ) =  $\mathbb{R}$



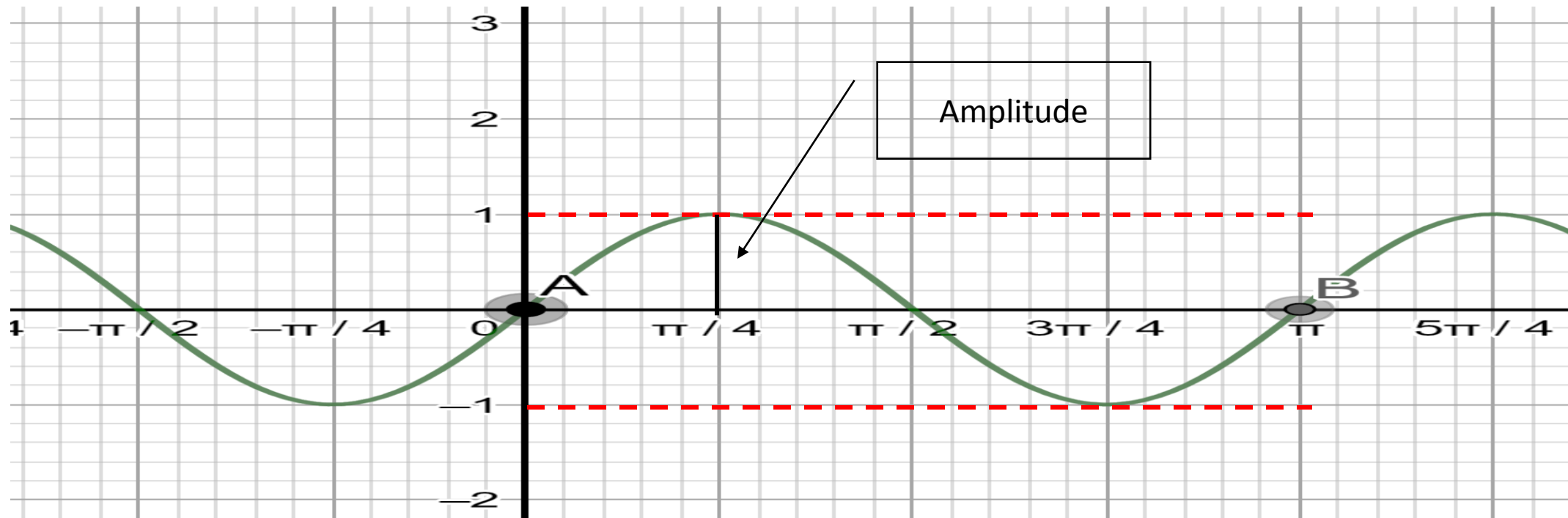
$$y = \text{sen} ( 2x )$$

Deslocamento vertical ( a ):  $a = 0$       Amplitude ( b ):  $b = 1$

Deslocamento horizontal ( d ):  $d = 0$        $c = 2$

Período ( p )  $p = \frac{2\pi}{|c|}$        $p = \pi$       Imagem (Im):  $[a - b, a + b] = [-1, 1]$

Domínio ( D ) =  $\mathbb{R}$



$$y = \text{sen} (x/2)$$

Deslocamento vertical ( a ):

$a = 0$

Amplitude ( b ):

$b = 1$

Deslocamento horizontal ( d ):

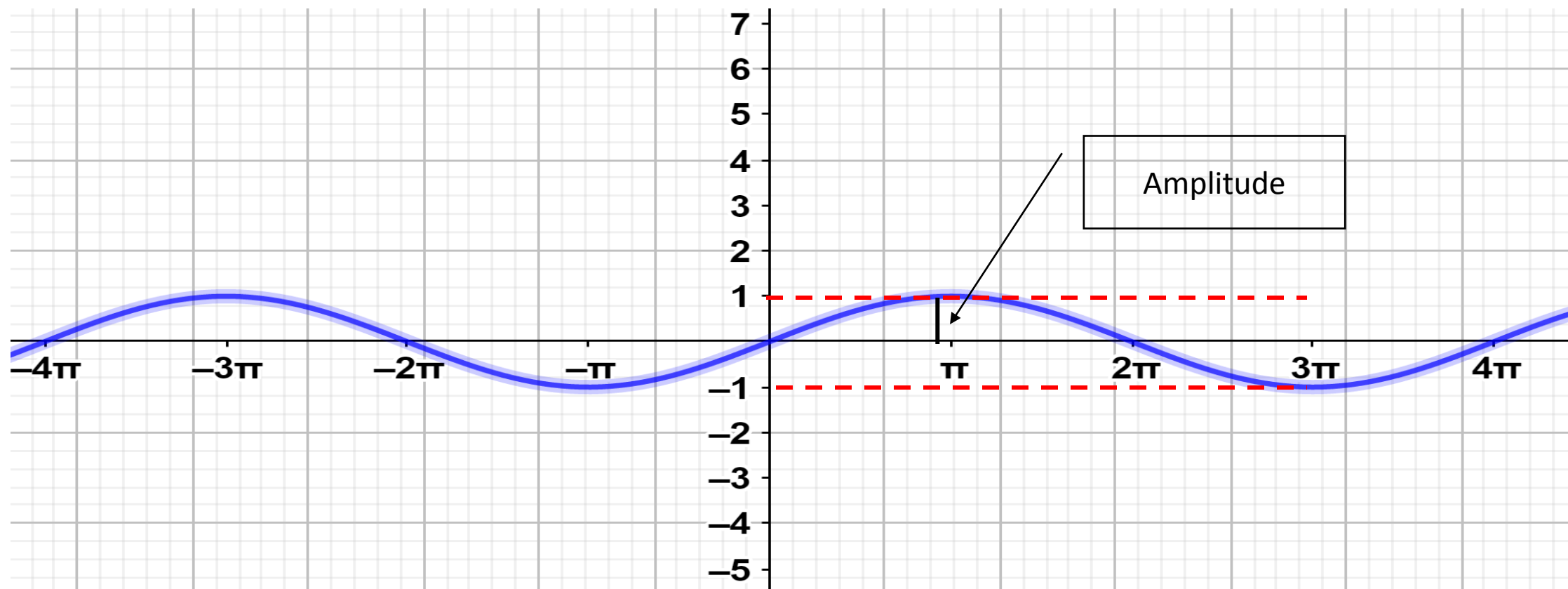
$d = 0$

$c = 1/2$

Período ( p )  $p = \frac{2\pi}{|c|}$

$p = 4\pi$

Imagem (Im):  $[a - b, a + b] = [-1, 1]$



$$y = 2.\text{sen}(x)$$

Deslocamento vertical ( a ):

$$a = 0$$

Amplitude ( b ):

$$b = 2$$

Deslocamento horizontal ( d ):

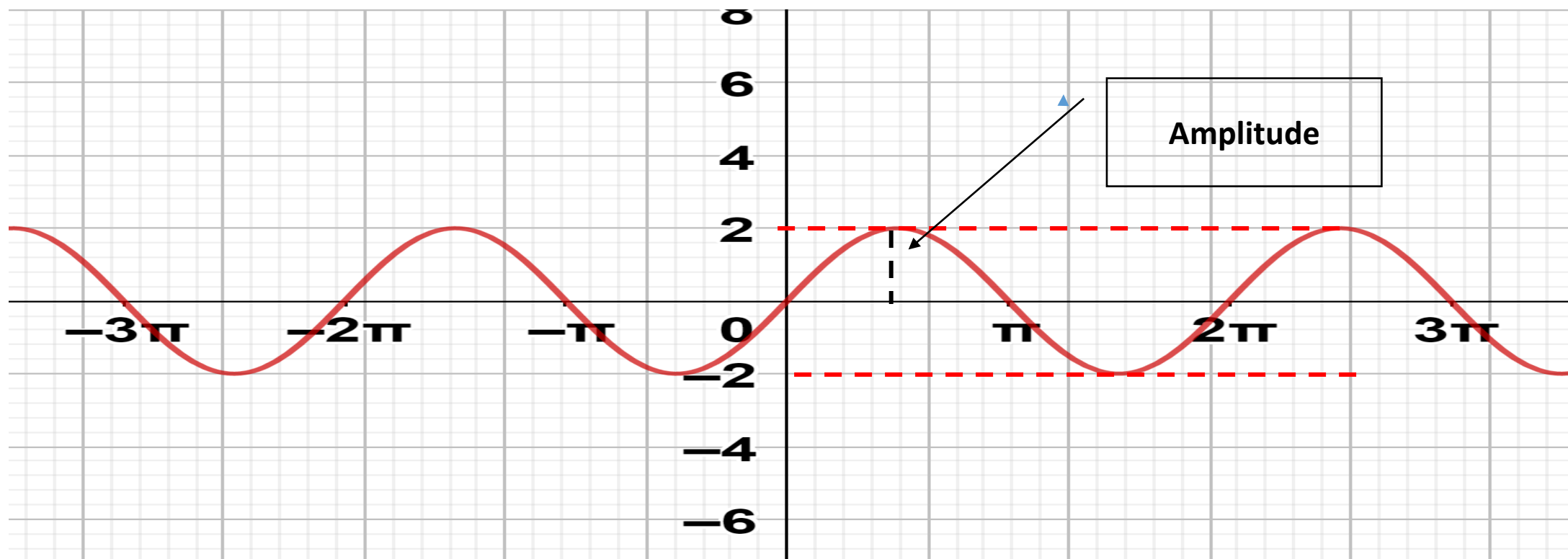
$$d = 0$$

$$c = 1$$

Período ( p )  $p = \frac{2\pi}{|c|}$

$$p = 2\pi$$

Imagem (Im):  $[a - b, a + b] = [-2, 2]$



$$y = 2 + 2\text{sen}(3x + 1)$$

Deslocamento vertical ( a ):  $a = 2$

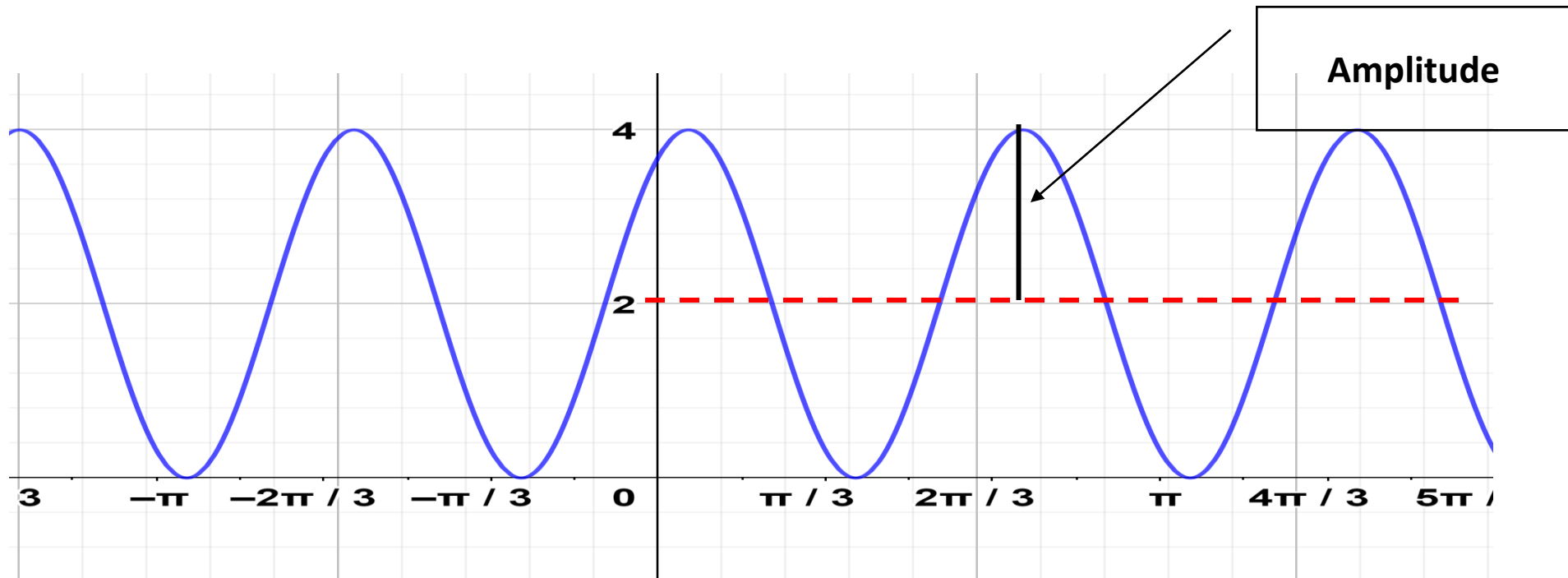
Amplitude ( b ):  $b = 4/2 = 2$

Deslocamento horizontal ( d ):  $d = 1$

$c = 3$

Período ( p )  $p = \frac{2\pi}{|c|}$   $p = 2\pi/3$

Imagem (Im):  $[a - b, a + b] = [0, 4]$





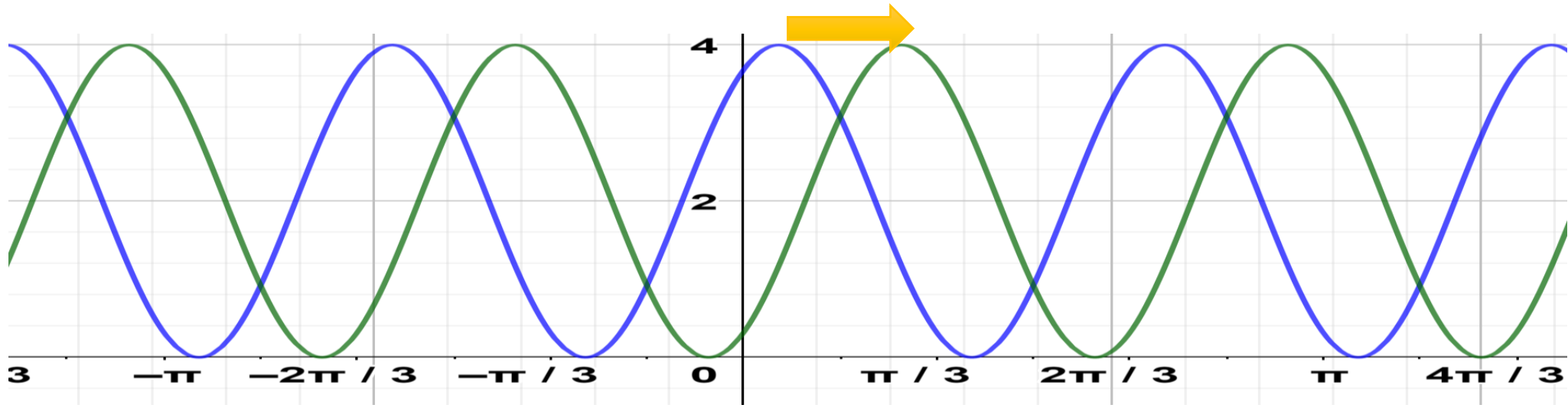


Gráfico ( 1 ) em azul →  $y = 2 + 2\text{sen}(3x + 1)$

Consequência ⇒

Houve um deslocamento horizontal da curva

Gráfico em verde ( 2 ) →  $y = 2 + 2\text{sen}(3x - 1)$

Do gráfico 1 para o gráfico 2 →

Houve um deslocamento para a direita →

**De quanto? 1/3**

**Como calcular? Fazendo**  $-\frac{d}{c}$

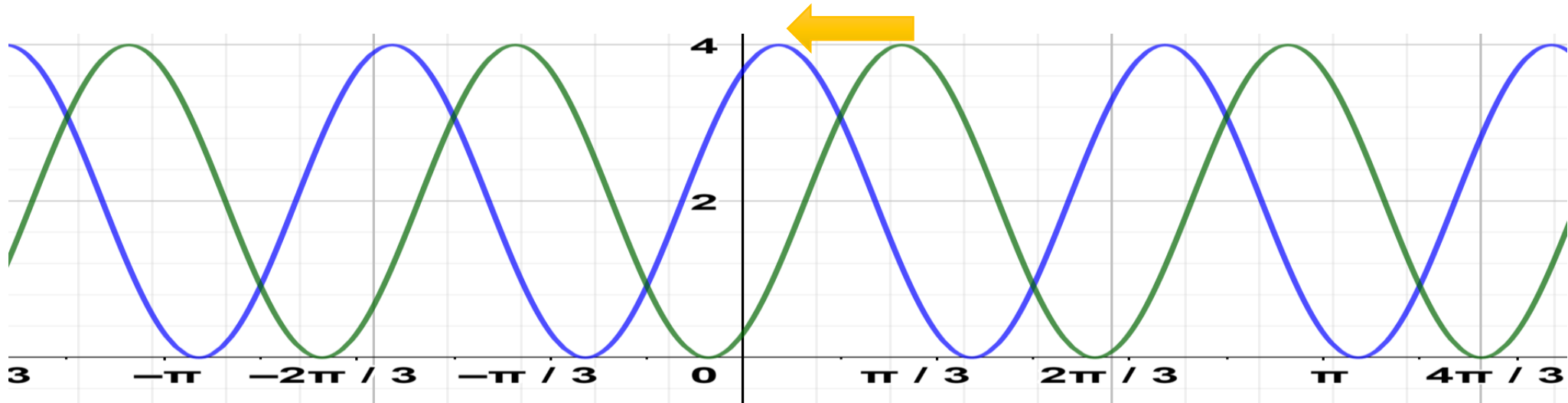


Gráfico ( 1 ) em azul →  $y = 2 + 2\text{sen}(3x + 1)$

Consequência ⇒

Houve um deslocamento horizontal da curva

Gráfico em verde ( 2 ) →  $y = 2 + 2\text{sen}(3x - 1)$

Do gráfico 2 para o gráfico 1 →

Houve um deslocamento para a esquerda →

**De quanto?  $-1/3$**

**Como calcular? Fazendo  $-\frac{d}{c}$**

# Exercícios do livro , 6 e 7 – página 292

$$a) y = \text{sen } 7x$$

Parâmetros

$a = 0$  (deslocamento na vertical)

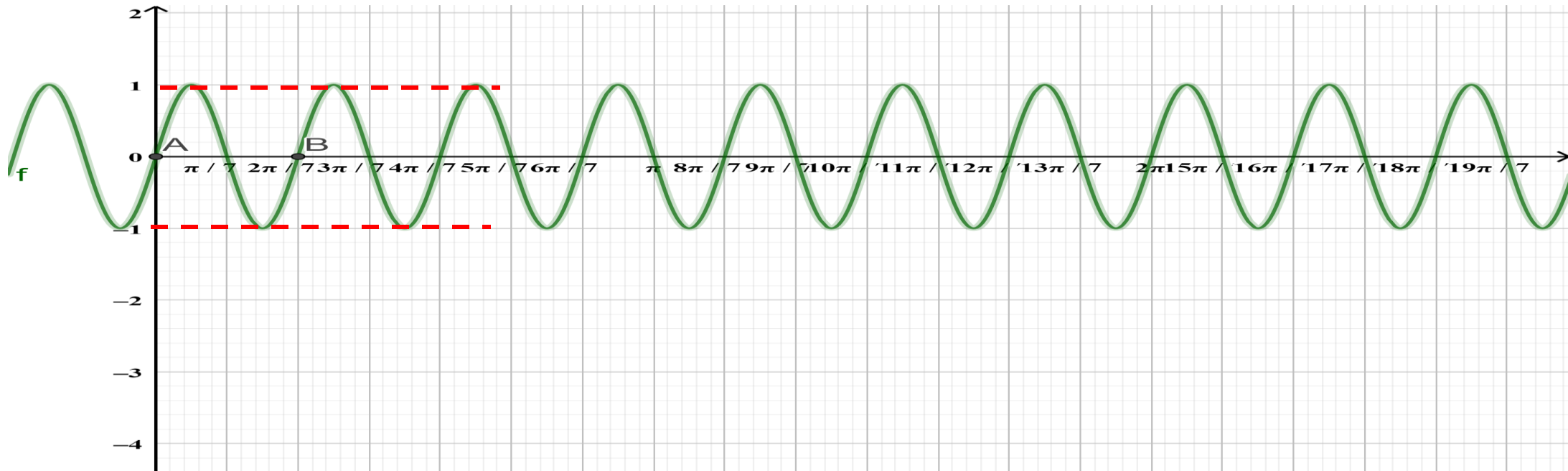
$b = 1$  (amplitude)

$c = 7$  (variação do período)

$d = 0$  (deslocamento da horizontal)

Período:  $p = 2\pi/7$

Imagem:  $[-1, 1]$



b)  $y = \text{Cos} (x/4)$

Período:  $p = 2\pi : \frac{1}{4} = 8\pi$

Imagem:  $[-1, 1]$

c)  $y = \text{sen} (2x - \pi/4)$

Período:  $p = 2\pi : 2 = \pi$

Imagem:  $[-1, 1]$

d)  $y = 2 \cdot \text{cos} (2x + \pi/3)$

Período:  $p = \pi$

Imagem:  $[-2, 2]$

e)  $y = 3 - 2 \text{cos} (x/4)$

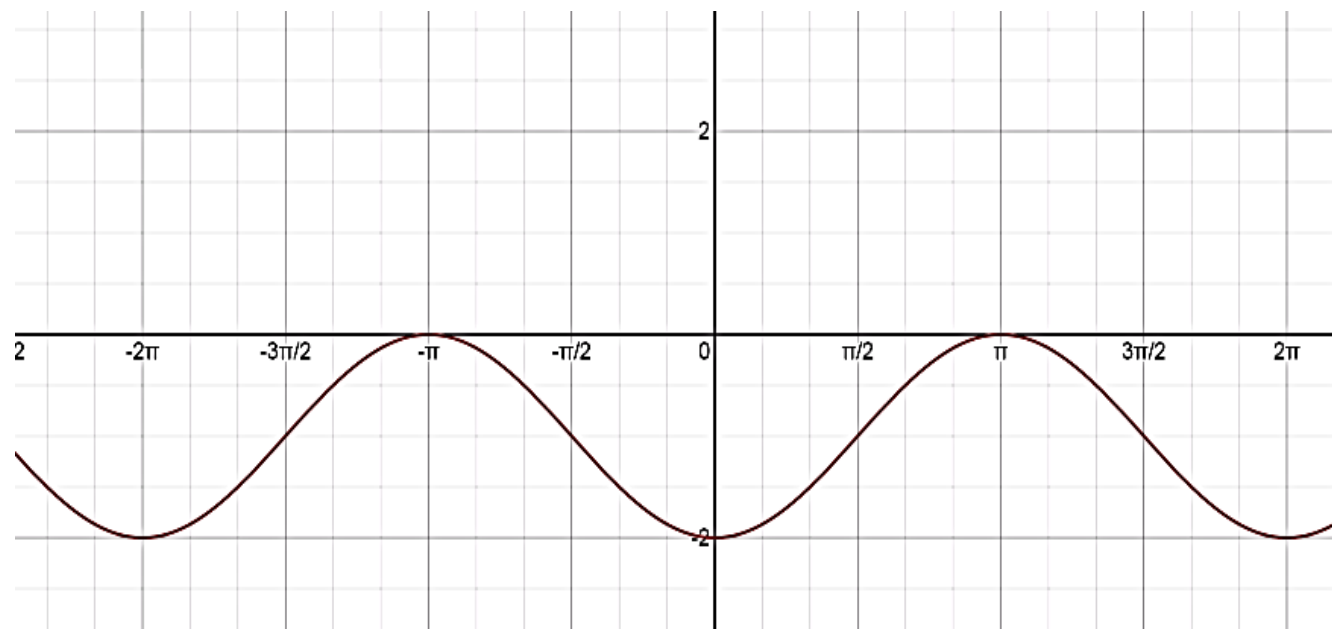
Período:  $p = 8\pi$

Imagem:  $[-1, 1]$

$$f) y = -1 + \text{sen } 2 \cdot \left(\frac{x}{2} - \pi\right)$$

$$2 \cdot (x/2 - \pi) = (x - \pi/2)$$

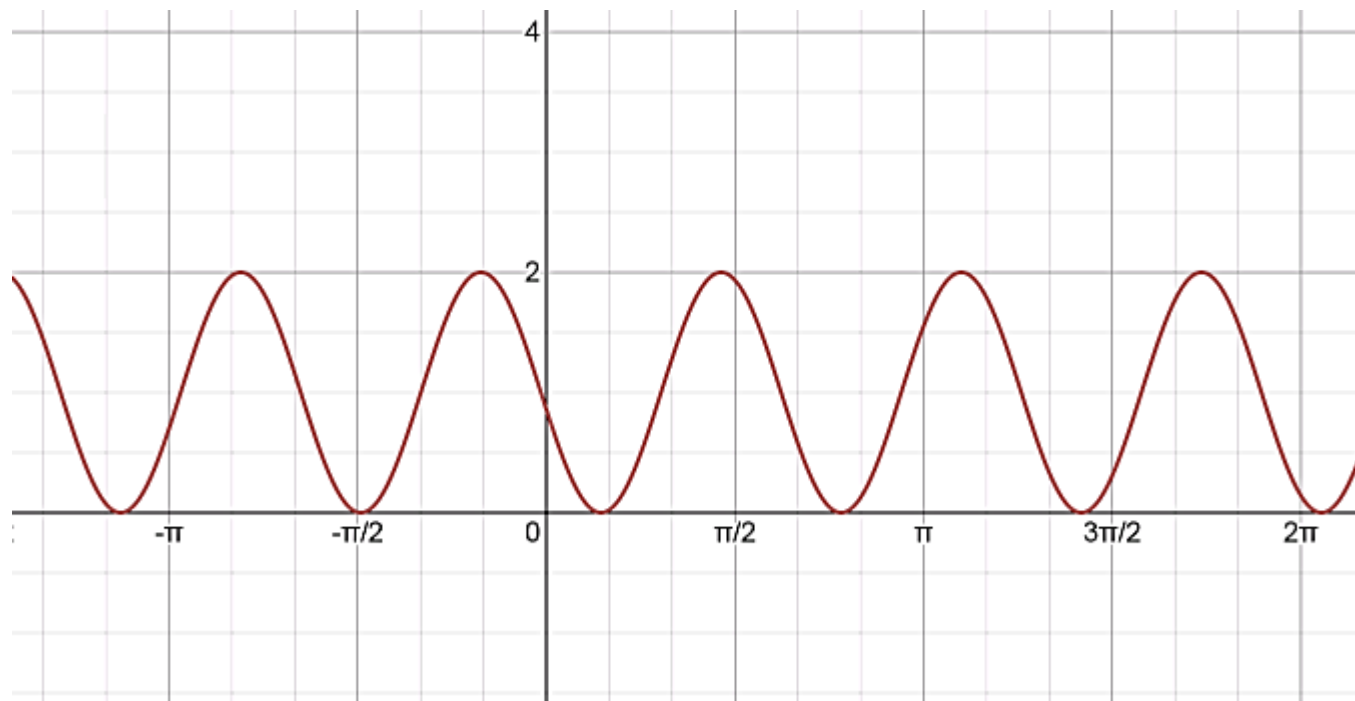
Período:  $p = 2\pi$  Imagem:  $[-2, 0]$



$$g) 1 + \text{sen}(\pi x - 3)$$

Período:  $p = 2\pi : \pi = 2$

Imagem:  $[0, 2]$



## **Observação:**

**O mesmo procedimento de análise para o período, imagem e dos parâmetro, assim como a construção gráfica, vale a função cosseno (ou cossenóides), cuja expressão geral é:**

$$f(x) = a + b \cdot \cos(cx + d)$$

# Função Tangente ou Tangentóide

FORMA

$$y = a + b \operatorname{tg}(cx + d)$$

## Informação:

- O parâmetro “a” é responsável pela Translação (deslocamento) vertical da curva.
- O parâmetro “b” representa a inclinação.
- O parâmetro “c” influencia no período da função, ou seja, condiciona mudança no período da função
- O parâmetro “d” provoca translação (deslocamento) no sentido horizontal.

## Domínio e imagem da Função tangente

Imagem  $\Rightarrow$  Im =  $\mathbb{R}$

Domínio:

Não há valores definidos para  $\frac{\pi}{2}$  e para  $\frac{3\pi}{2}$ . Então:

$$\mathbb{D} = \left\{ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

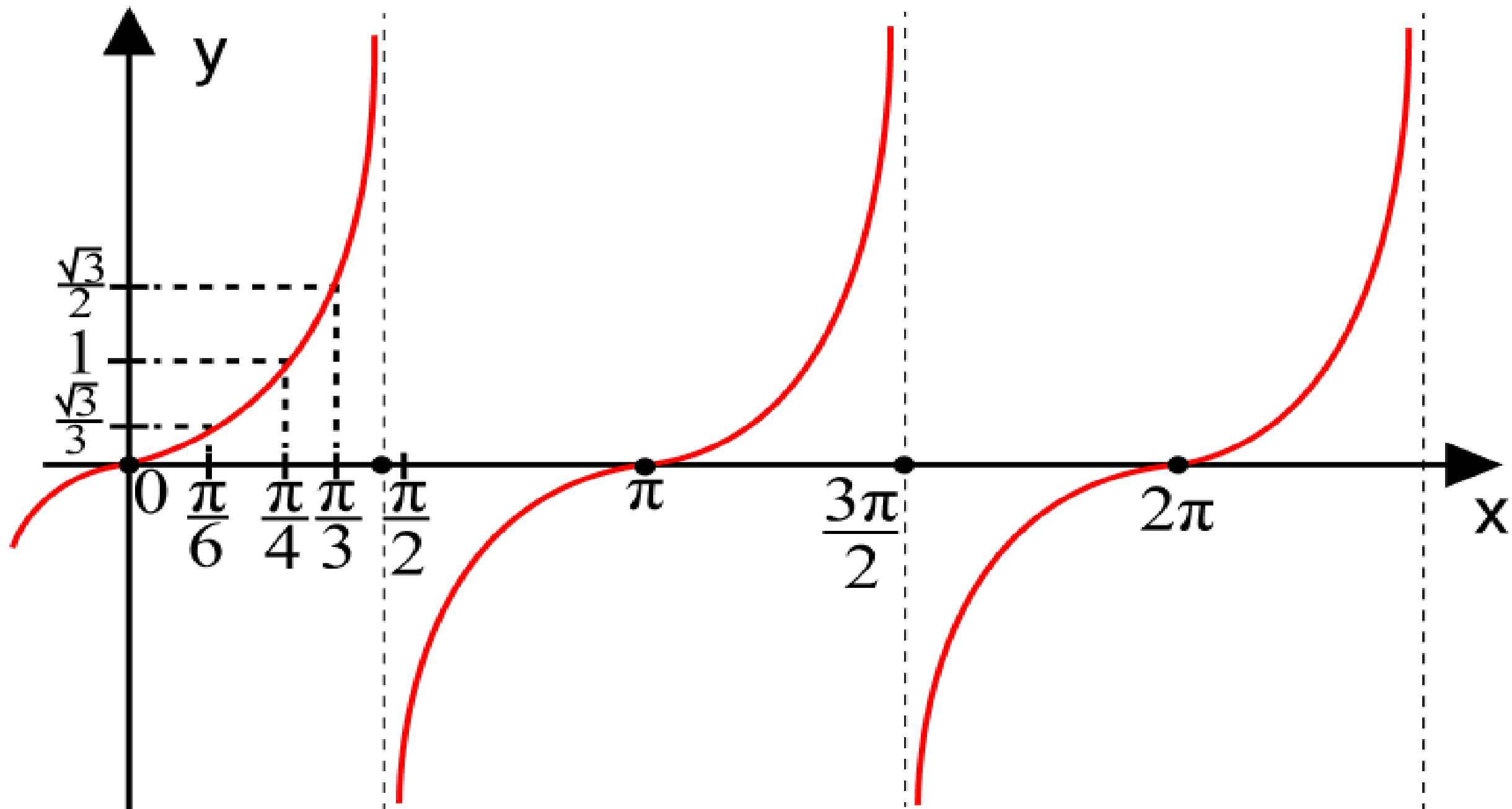
Período

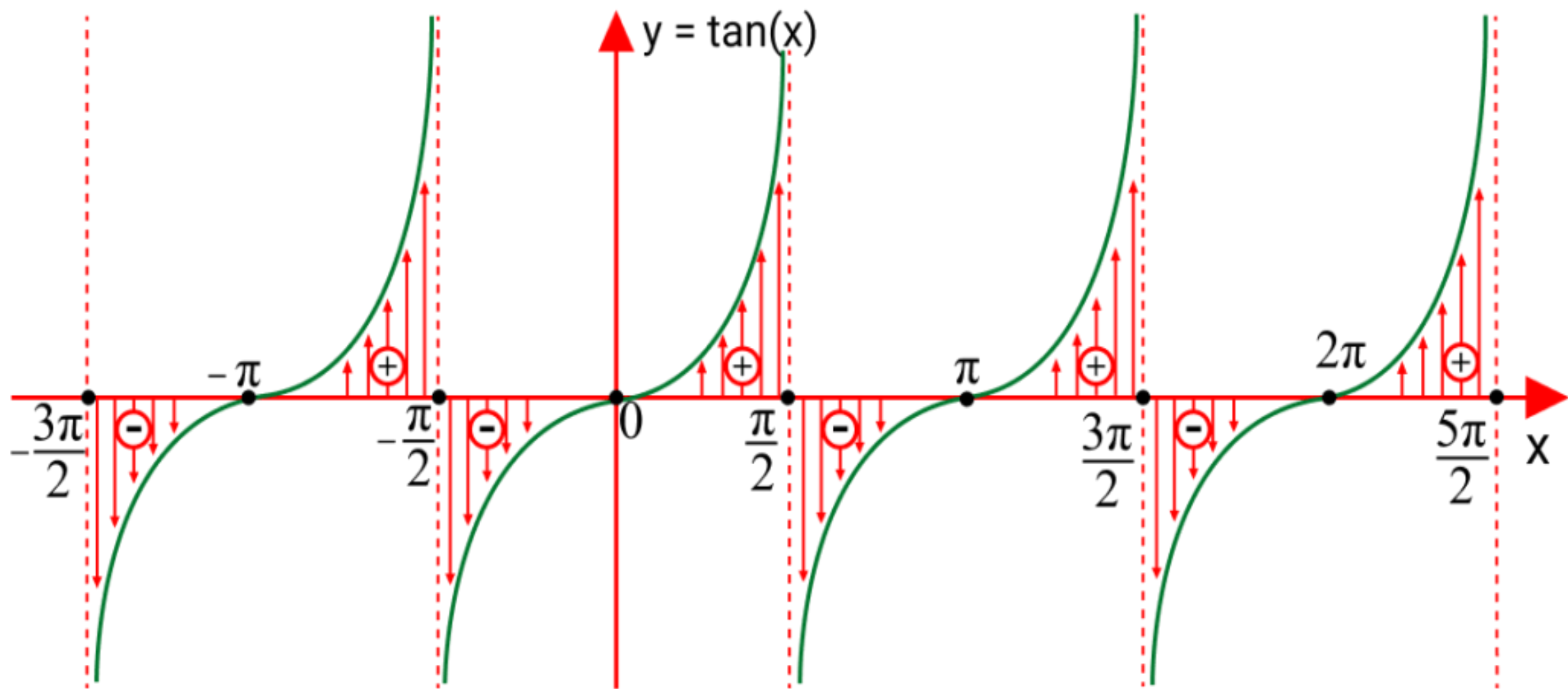
É periódica de período  $p = \pi$

Haverá mudança de período de acordo com o parâmetro “c”, ou seja:

$$p = \frac{\pi}{c}$$







Exemplo:

a)  $f(x) = \operatorname{tg} x$

Deslocamento vertical? Zero

Inclinação? Um

Função completa:  $f(x) = 0 + 1\operatorname{tg}(1x + 0)$

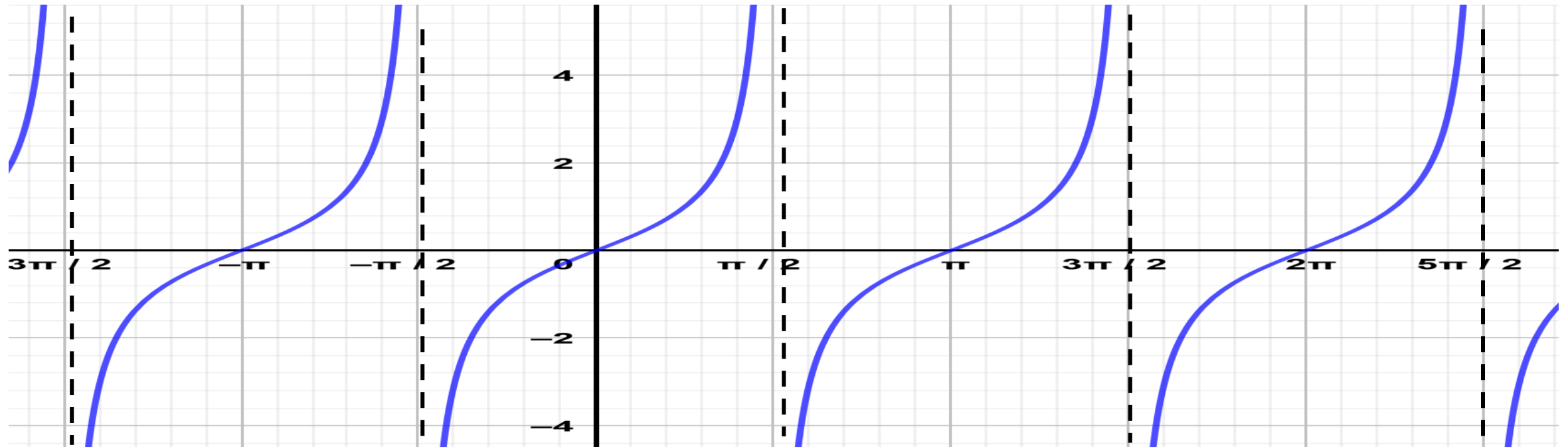
Período:  $p = \pi/c = \pi$

Deslocamento horizontal? Zero

Valor de  $c$ ? um

$$D = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$$

$$\operatorname{Im} = \mathbb{R}$$



b)  $f(x) = 1 + \text{tg}(2x + 1)$

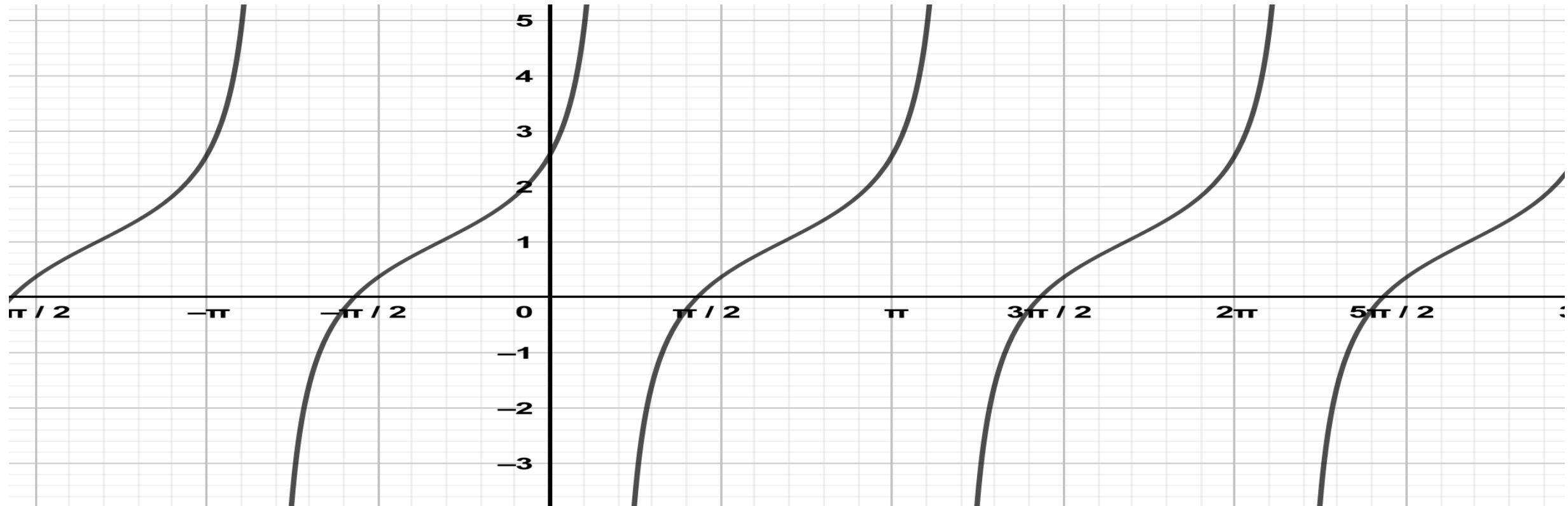
Deslocamento vertical ? 1

Inclinação? 1

Período:  $p = \pi/c = \frac{\pi}{2}$

Deslocamento horizontal? 1

Valor de c? 2



b)  $f(x) = 1 + \text{tg}(2x+1)$  em relação a  $f(x) = \text{tg } x$

Deslocamento vertical? 1

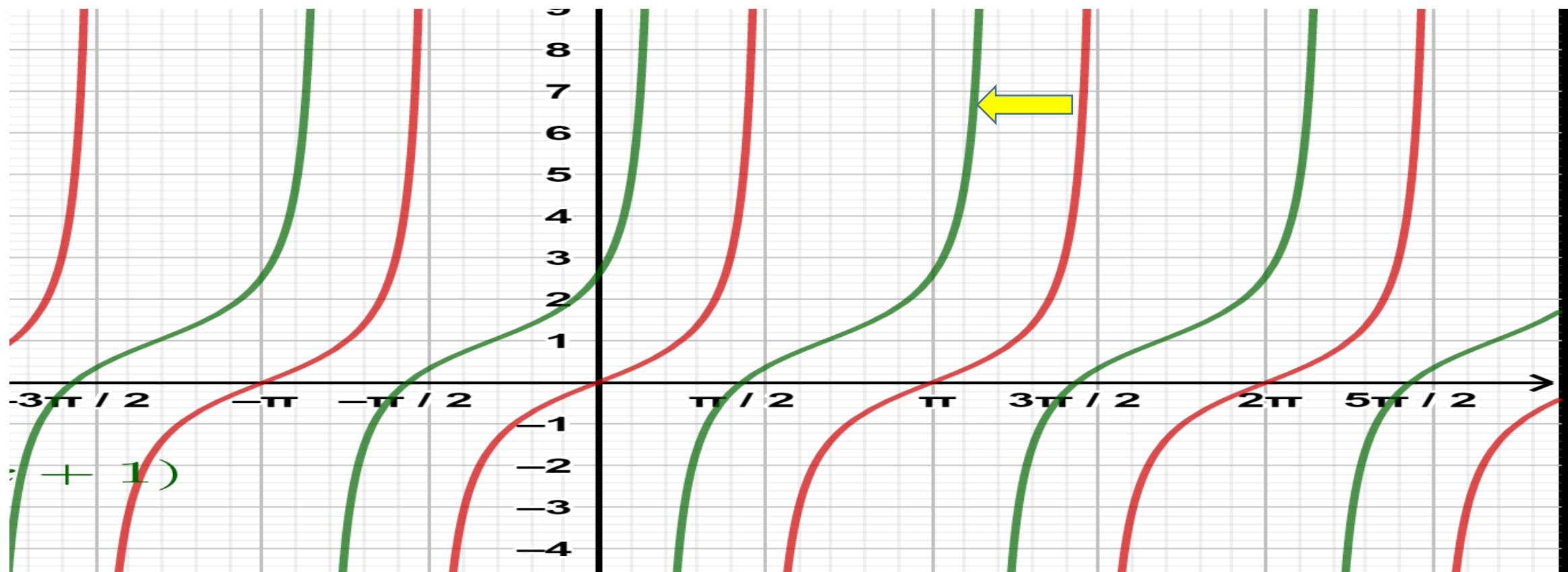
Inclinação? 1

Período:  $p = \pi/c = \frac{\pi}{2}$

Deslocamento horizontal? 1

Valor de c? 2

Deslocamento para esquerda:  $-d/c = -1/2$



# Segue algumas sugestões de site para experimentação e visualização

<https://www.mathway.com/pt/Algebra>

<http://traprendizado.blogspot.com/2011/08/amplitude-dominio-periodo-e-imagem.html>